

ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

COMMEMORAZIONE
DI
FEDERIGO ENRIQUES

NEL PRIMO CENTENARIO DELLA NASCITA

TORINO, 28 GIUGNO 1971



INDICE

	<i>Pagine</i>
<i>Parole del Presidente dell'Accademia delle Scienze di Torino</i>	
AUGUSTO GUZZO	1-7
ERMANN0 MARCHIONNA, <i>L'opera geometrica di Federigo Enriques.</i>	
Discorso	9-18
FRANCESCO GIACOMO TRICOMI, <i>Ricordo di Federigo Enriques</i>	
<i>nel centenario della nascita.</i> Discorso	19-26
<i>Parole di chiusura del Presidente dell'Accademia delle Scienze</i>	
<i>di Torino</i> AUGUSTO GUZZO	27-38



Parole del Presidente dell'Accademia delle Scienze di Torino

PROF. AUGUSTO GUZZO

Il 5 gennaio di quest'anno Federigo Enriques avrebbe compiuto cent'anni, come proprio di questi giorni li compie a Lugano il poeta Francesco Chiesa: invece morì settantacinquenne a Roma il 14 giugno 1946. L'Accademia Nazionale dei Lincei — della quale egli fu socio eminente da quando aveva trentacinque anni, nel 1906 — prepara onoranze che si svolgeranno a Pisa, Bologna e Roma dal 7 al 12 ottobre. Noi stessi — poiché molti di noi sono lincèi — vi prenderemo parte. Ma il vicepresidente della nostra Accademia delle Scienze di Torino, l'insigne matematico Francesco Giacomo Tricomi, ha pensato di preludere alle onoranze lincèe con una breve commemorazione torinese: iniziativa felice per i particolari rapporti di Federigo Enriques con Torino, coi matematici torinesi e con la nostra Accademia delle Scienze.

Livornese normalista a Pisa — dove furono suoi maestri il Betti, il Dini, il Bianchi, il Volterra — Federigo Enriques andò a « perfezionarsi » a Roma con Luigi Cremona, che gli pubblicò tra le Memorie lincèe del 1893 un lavoro *Sui gruppi continui di trasformazioni cremoniane nel piano*. Ma l'Enriques desiderava familiarizzarsi — scrive Guido Castelnuovo nella commemorazione lincèa, 11 gennaio 1947 — « col nuovo metodo di geometria algebrica che per iniziativa di Corrado Segre si era cominciato a coltivare in Italia ».

Il soggiorno dell'Enriques a Torino non durò più di qualche mese: il nuovo metodo fu subito assimilato, e Corrado Segre presentò alla nostra Accademia delle Scienze una memoria del

giovane ventiduenne dal titolo *Ricerche di geometria sulle superficie algebriche*. Questo delle superficie algebriche fu il tema del più personale apporto dell'Enriques alla matematica: e ne parlerà tra poco l'Accademico Ermanno Marchionna. Che se gli esordi torinesi della più personale matematica dell'Enriques non sono per solito messi in sufficiente luce, ciò si deve al fatto che la giovanile Memoria torinese fu più maturamente elaborata dall'Enriques venticinquenne nell'*Introduzione alla geometria sopra le superficie algebriche*, Memoria presentata all'Accademia dei XL nel 1896.

L'Enriques era all'Università di Bologna, dal 1894 come incaricato e da quello stesso anno 1896 come titolare della cattedra di Geometria proiettiva e descrittiva. Fino agli ultimi scritti egli lavorò a perfezionare e allargare «la teoria delle superficie algebriche secondo l'indirizzo italiano» — parole, anche queste, del Castelnuovo —, teoria diventata classica, ond'è particolarmente famoso il nome di Federigo Enriques.

A Torino egli ritornò spesso e sempre molto volentieri. Alla nostra Accademia dette una nota ancora nel 1894, *Sulla massima dimensione dei sistemi lineari di curve di dato genere appartenenti ad una superficie algebrica*; una nota, nel 1901, *Intorno ai fondamenti della geometria sopra le superficie algebriche*; e una nota, nel 1912, *Sui moduli di una classe di superficie algebriche e sul teorema d'esistenza per le funzioni algebriche di due variabili*, dopo che, nella tornata del 15 maggio 1910, la Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali della nostra Accademia lo aveva eletto Socio corrispondente insieme con Tullio Levi-Civita e con i fisici Angelo Battelli e Antonio Garbasso. In Piemonte, a Ivrea, soggiornò lungamente suo figlio, Ingegnier Giovanni Enriques, ora presidente della Zanichelli e presente stasera in questa sala; e passò gran parte della sua vita a Torino la signora Adriana Enriques De Benedetti, dottoressa in Matematica, autrice dei bei *Ricordi del Babbo* che sono tra le cose più belle del bel «Fascicolo dedicato alla memoria di Federigo Enriques» dal «Periodico di Matematiche» del Giugno 1947: «Periodico di Matematiche» nelle cui annate

sono tanti fra gli scritti, non solo di matematica, ma anche di filosofia, dell'uomo d'alto intelletto che oggi qui ricordiamo.

Precisati così i rapporti di Federigo Enriques con Torino e con la nostra Accademia, poiché del geniale geometra parlerà Ermanno Marchionna e alcuni «Ricordi» personali saranno rievocati da Francesco Giacomo Tricomi, a me spetta toccare brevissimamente del logico e dello storico della scienza. Dopo Marchionna e Tricomi, io ricorderò l'Enriques quale Presidente della Società Filosofica Italiana al momento, particolarmente importante, del Congresso Internazionale di Filosofia del 1911: il che implicherà un cenno, brevissimo, su gli orientamenti filosofici dell'Enriques giovane, poi dell'Enriques che ha riunito filosofi e scienziati nel Congresso internazionale di filosofia del 1911, infine dell'Enriques pervenuto, attraverso gli studi di storia della scienza, ad affermare nettamente ed energicamente l'inscindibilità di umanesimo e scienza.

Quanto al logico, sono stato lieto di presentare martedì scorso alla Classe di Scienze morali, storiche e filologiche della nostra Accademia una nota su *La Logica nel pensiero di Federigo Enriques* del professor Ettore Carruccio, che fu allievo diretto dell'Enriques a Bologna ed allievo, e poi genero, di Ettore Bortolotti. Attingo — col permesso dell'Autore — alla nota del Carruccio per rilevare come fu larga e spregiudicata la concezione che l'Enriques ebbe della logica. Non fu un superstizioso del deduttivismo a tutti i costi: sono altrettanto importanti i processi di induzione. Nella conoscenza, il ragionamento deduttivo ha il preciso ufficio di «trasformare l'ipotesi inaccessibile all'esperienza, in altre equivalenti, che possono essere sperimentalmente verificate o negate». Così la non-contraddittorietà di una teoria può esser provata nell'esperienza fisica o psicologica, o dall'intuizione, o dalla dimostrazione logica, anche se è quest'ultima che può considerarsi rigorosamente certa. Gli allievi parlano dell'Enriques come di un intuitivo: l'essenziale era per lui scoprire, fidandosi di un'alta intuizione e aprendo le vie del progresso: dopo, «si riesce sempre

a dare la dimostrazione », che « traducendo l'intuizione dello scopritore in termini logici, vuol dare a tutti il mezzo di riconoscere ed appurare la verità ».

Logico sottile e critico severo di questioni generate da cavilli o da giuochi di parole, l'Enriques era — scrive Fabio Conforto nel fascicolo già citato del « Periodico di Matematiche » — « per un rigore sostanziale più che formale ... Egli riconosceva bensì che i principi della geometria debbano essere esaminati al lume di un criterio rigidamente logico per stabilire ad esempio la indipendenza e la compatibilità dei postulati; ma conviene sempre tenere altresì presente il criterio psicologico, il quale implica l'indagine delle sensazioni e delle esperienze, che hanno condotto a formulare i postulati stessi ». Intuitivo com'era, l'Enriques assegnava alla Geometria che chiamava astratta l'ufficio di « tradurre l'una nell'altra diverse forme d'intuizione », e il Carruccio, nella nota citata, riporta un passo del libro *Per la storia della Logica* (Bologna, 1922), in cui si legge che « nulla è più fecondo che la moltiplicazione dei nostri poteri intuitivi ... pare quasi che agli occhi mortali, con cui ci è dato esaminare una figura sotto un certo rapporto, si aggiungano mille occhi spirituali per contemplarne tante diverse trasfigurazioni; mentre l'unità dell'oggetto splende alla ragione così arricchita, che ci fa passare con semplicità dall'una all'altra forma »: il quale « uso di un siffatto principio, per essere veramente fruttuoso, esige un esercizio sicuro delle nostre facoltà logiche ».

Scrivendo il Conforto che l'Enriques concepiva il mondo algebrico come a sé esistente; indipendentemente e fuori di noi, regolato da una legge suprema che è la legge di continuità, rispecchiante l'analiticità degli enti considerati. Nel cercar di comprendere tale mondo non è tanto da prefiggersi un ideale di perfezione logica; meno che mai è da procedere assiomaticamente, partendo da postulati in qualche modo in nostro arbitrio. Ciò si potrà fare, soleva dire l'Enriques, « in altre parti della matematica, quale ad esempio la teoria delle funzioni di variabile reale, dove gli enti da studiare sono in qualche

guisa posti da noi stessi, ed è quindi possibile, con qualche opportuna limitazione, escludere certi enti o fare entrare nelle nostre considerazioni certi altri. Il mondo algebrico esiste invece di per sé e l'escludere da esso certi enti, perché ad esempio eccezionali, è impossibile, perché contrasterebbe alla legge della continuità». Egli «vedeva» la verità delle affermazioni che riteneva «evidenti», anche se non si riusciva a darne una dimostrazione soddisfacente. Che altri non ne «vedesse» la verità, gli sembrava tanto impossibile quanto non vedere qualcosa di presente nel nostro campo visivo.

Questa concezione certamente non va d'accordo con alcuni indirizzi della logica del nostro tempo; ma tali indirizzi potrebbero anche essere superati, e — conclude il Carruccio — «in questo superamento potrà essere prezioso, una volta di più, il contributo vivo e geniale di Federico Enriques».

Dello storico della scienza, voglio dire anzitutto quello che gli debbo, da quando l'*Euclide* e il *Newton* da lui pubblicati prima a Roma presso Stock, poi a Bologna da Zanichelli, furono i primi classici della scienza da cui mi rifeci nell'impresa di riavvicinarmi alle scienze raggiungendole per la via schietta-mente «umanistica» della loro storia. Ma ben più interessa il panorama dell'opera dell'Enriques storico della scienza quale è dato trovare in un altro scritto del Carruccio: *La storia della scienza nel pensiero di Federico Enriques*, pubblicato nel «Periodico di Matematiche» del Dicembre 1966, nel ventennale della morte del Maestro.

Già nel 1906 l'Enriques trentacinquenne riteneva che il «valore della scienza» — gran tema enriquesiano per tutta la vita — risiedesse più «nelle ipotesi che essa è capace di suggerire» che non nell'«aspetto positivo» di una teoria, cioè «nell'insieme dei fatti che essa spiega». Che è un grande strappo nella concezione positivistica della scienza dell'Enriques normalista e post-normalista, e una grande apertura verso quella visione «dinamica» della scienza la quale — come egli scriverà

senza ambagi più tardi — « porta naturalmente sul terreno della storia ».

Nel 1909, giudicando unilaterali tanto il razionalismo quanto lo storicismo, l'Enriques auspicava che convergessero « in una veduta superiore, sia che questa venga concepita come uno storicismo razionale e integro, o come un razionalismo sperimentale allargato mercé la coordinazione dell'esperienza storica a quella del presente ».

Nel 1915, nelle *Lezioni sulla teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni geometriche*, pubblicate coi nomi congiunti dell'Enriques e del suo più caro allievo e collaboratore, Oscar Chisini, egli respingeva l'« ideale puristico del trattato che si ispira all'antico modello di Euclide secondo l'idea di una scienza logicamente ordinata come teoria deduttiva » rimovente da sé « tutto quanto ricordi il passato oscuro della ricerca », e preferiva un'altra forma di esposizione capace di approfondire « la veduta della scienza nel suo divenire ».

Ma, se la scienza è da studiare nel suo divenire, in questo divenire sono stati molti gli errori: che pensare di essi? L'Enriques arrivò a scrivere in *Il significato della storia nel pensiero scientifico* (del 1936): « Certo scienza e non scienza non sono termini assoluti. Non vi sono teorie vere, soltanto più vere ». Non so se questa formula sia la più felice. Forse la parola giusta è quella che il Carruccio cita di Einstein: « Il più bel successo di una teoria fisica è quello di aprire la via alla formazione di un'altra teoria, nella quale essa sopravvive come caso limite ».

Queste parole appartengono al libro *Sulla teoria speciale e generale della relatività*, il libro di Einstein che uscì presso Zanichelli — l'editore dell'Enriques — in quello stesso anno 1921 in cui Einstein tenne a Bologna, presentato dall'Enriques, le famose conferenze che gli uomini della mia generazione ben ricordano. Il contraccolpo su la cultura italiana fu grande. La figura dell'Enriques — che qualcuno ha potuto considerare per qualche verso un precursore di Einstein — fu, accanto a quella di Einstein, al centro di quell'interesse: lo stesso En-

riques fu chiamato — dopo i suoi ventotto anni bolognesi — alla cattedra di Matematiche superiori (poi, Geometria superiore) all'Università di Roma.

Come storico della scienza, l'Enriques fermò la sua attenzione su la Grecia antica. Studiò i Presocratici. Vide in Parmenide il sorgere dell'immateriale superficie senza spessore. Lo interessò in maniera particolare il meccanicismo di Democrito, che considerò precursore di Galileo. Lucio Lombardo-Radice — che ha raccolto in un'indovinata antologia presso Borinighieri nel 1958 alcuni scritti filosofici dell'Enriques col titolo *Natura, ragione e storia* — ha osservato che « vi era una singolare congenialità fra la *forma mentis* di Enriques e lo spirito greco ».

Ma soprattutto si deve dire che — quale che sia stata l'intonazione, nell'Enriques giovane, della sua appassionata insistenza « per ricondurre la filosofia alla scienza » (come suona il titolo di una sua non dimenticata lettera ad Angiolo Orvieto nel « Marzocco » del 1902) — egli è rimasto su la breccia per mezzo secolo a ricordare a noi, che eravamo dall'altra parte, il dovere di capire la scienza, perché sia piena e completa la comprensione filosofica dell'umana civiltà, e dell'uomo suo autore.

Date		Description		Amount	
1890	Jan 1	Balance		100.00	
	Feb 1	Interest		1.00	
	Mar 1	Interest		1.00	
	Apr 1	Interest		1.00	
	May 1	Interest		1.00	
	Jun 1	Interest		1.00	
	Jul 1	Interest		1.00	
	Aug 1	Interest		1.00	
	Sep 1	Interest		1.00	
	Oct 1	Interest		1.00	
	Nov 1	Interest		1.00	
	Dec 1	Interest		1.00	
1891	Jan 1	Balance		100.00	
	Feb 1	Interest		1.00	
	Mar 1	Interest		1.00	
	Apr 1	Interest		1.00	
	May 1	Interest		1.00	
	Jun 1	Interest		1.00	
	Jul 1	Interest		1.00	
	Aug 1	Interest		1.00	
	Sep 1	Interest		1.00	
	Oct 1	Interest		1.00	
	Nov 1	Interest		1.00	
	Dec 1	Interest		1.00	
1892	Jan 1	Balance		100.00	
	Feb 1	Interest		1.00	
	Mar 1	Interest		1.00	
	Apr 1	Interest		1.00	
	May 1	Interest		1.00	
	Jun 1	Interest		1.00	
	Jul 1	Interest		1.00	
	Aug 1	Interest		1.00	
	Sep 1	Interest		1.00	
	Oct 1	Interest		1.00	
	Nov 1	Interest		1.00	
	Dec 1	Interest		1.00	

L'opera geometrica di Federigo Enriques.

Discorso del Socio corrispondente **ERMANN0 MARCHIONNA**

L'eccezionale opera scientifica di Federigo Enriques si presenta sotto aspetti svariati; in essa, accanto alle ricerche matematiche, compaiono invero numerosi lavori sulla storia e sulla filosofia della scienza, elevati scritti didattici, e vari trattati.

Nel campo più strettamente matematico la produzione dell'Enriques è legata quasi per intero alla Geometria.

Qui non mi occuperò degli studi altamente meritori che il Nostro ha dedicato ai fondamenti della Geometria, ed in particolare alla Geometria proiettiva, che da Lui ha ricevuto una sistemazione definitiva in un classico trattato; mi limiterò a ricordare quanto Egli ha fatto per il progresso della Geometria algebrica, disciplina che lo annovera fra i suoi massimi cultori.

Anche questo programma ristretto costituisce un compito estremamente difficile; cercherò tuttavia di mettere in luce qualche filone delle ricerche algebrico-geometriche del Maestro (1).

Com'è noto, la Geometria algebrica studia le proprietà degli enti algebrici — curve, superficie, varietà di dimensione superiore — invarianti per trasformazioni birazionali; le sue

(1) Per più ampi ragguagli sull'opera complessiva dell'Enriques rinviamo alle belle commemorazioni tenute da G. CASTELNUOVO (« Rend. Acc. Lincei », 1947); E. G. TOGLIATTI (« Rend. di Matematica », 1957); B. SEGRE (« Atti del Convegno Internazionale di Geometria », Milano 31 maggio-3 giugno 1971; in corso di stampa a cura dell'Accademia dei Lincei).

origini possono farsi risalire da una parte alla teoria delle funzioni algebriche di una variabile complessa, esposta da Riemann in una sua geniale memoria sulle funzioni abeliane, e dall'altra ai lavori di Cremona e Clebsch sulle corrispondenze algebriche piane e sulla rappresentazione delle superficie razionali.

Nello sviluppo della Geometria sull'ente algebrico — osservava l'Enriques nella prefazione di una sua giovanile ma fondamentale ricerca — si distinsero due momenti caratterizzati da due diversi indirizzi. Si cercarono dapprima le condizioni per la riferibilità birazionale di un ente ad un altro; ciò condusse alla determinazione di caratteri numerici invariantivi quali il genere ed i moduli di una curva.

In un secondo momento la Geometria sull'ente divenne essenzialmente lo studio delle proprietà invariantive dell'ente, studio che per le curve piane fu condotto a fondo da Brill e Nöther.

Un ulteriore progresso si ebbe con i lavori di Corrado Segre e Guido Castelnuovo, che resero indipendente la Geometria sopra una curva dalla rappresentazione piana di quest'ultima, sostituendo in quello studio i concetti di curve aggiunte, ecc., con i procedimenti più generali della Geometria iperspaziale allora in rapido sviluppo.

Verso il 1890, anno in cui l'Enriques entrava nel mondo scientifico, la Geometria sulle superficie algebriche era ancora ai suoi inizi: i lavori fondamentali sull'argomento nel campo puramente geometrico erano quello pubblicato da Nöther nel 1875, non privo di qualche oscurità, e due notevoli ricerche di Castelnuovo sui sistemi di curve piane; nel campo più strettamente analitico Poincaré, Humbert, Appel, Picard avevano risolto taluni importanti problemi topologico-trascendenti.

In questo ambiente ebbe inizio l'opera di Enriques e Castelnuovo. I lavori dei due stretti congiunti — diceva Francesco Severi in occasione delle onoranze tributate ad Enriques nel decimo anniversario della morte — correvano sempre in parallelo, anche quando non portavano i due nomi: era una gara feconda nella soluzione dei problemi che i due grandi si

rimbalzavano l'un l'altro; ed è difficile giudicare in questa gara, anche considerando la somma dei risultati, chi dei due fosse il più grande. Attorno a ciò che esisteva — sono sempre parole di Severi — occorre compiere un arduo lavoro di certifica e completamento, e prima di creare il nuovo era necessario comporre in sintesi precedenti disparatissimi, in guisa da inquadrarli nel pensiero e nei metodi italiani inaugurati dal Cremona.

Il modo di procedere dei due Maestri è illuminato dalle seguenti frasi di Castelnuovo riportate nel volume postumo di Enriques, dedicato alle superficie algebriche.

« Avevamo costruito, in senso astratto s'intende, un gran numero di modelli di superficie del nostro spazio o di spazi superiori, e questi modelli avevamo distribuito, per così dire, in due vetrine. Una conteneva le superficie regolari per le quali tutto procedeva nel migliore dei modi possibili; l'analogia permetteva di trasportare ad esse le proprietà più salienti delle curve piane. Ma quando cercavamo di verificare queste proprietà sulle superficie dell'altra vetrina, le irregolari (quelle per cui il genere geometrico è diverso dal genere aritmetico), cominciavano i guai e si presentavano eccezioni di ogni specie. Alla fine lo studio assiduo dei nostri modelli ci aveva condotto a divinare alcune proprietà che dovevano sussistere, con modificazioni opportune, per le superficie di ambedue le vetrine; mettevamo poi a cimento queste proprietà colla costruzione di nuovi modelli. Se resistevano alla prova ne cercavamo, in ultima fase, la giustificazione logica ».

Le ricerche dell'Enriques sulle superficie possono sostanzialmente dividersi in due gruppi.

I) Teoria generale delle superficie algebriche, con conseguente determinazione dei caratteri invarianti per trasformazioni birazionali, distinguendo chiaramente l'invarianza assoluta da quella relativa.

II) Problemi di classificazione, con particolare riguardo alle superficie dei primi generi.

Fra gli studi del primo gruppo sono fondamentali: l'ampio e sorprendente lavoro del 1893, «*Ricerche di Geometria sulle superficie algebriche*», pubblicato dall'Enriques appena ventiduenne presso l'Accademia delle Scienze di Torino; la magistrale memoria «*Introduzione alla Geometria sulle superficie algebriche*», pubblicata nel 1896 presso l'Accademia dei XL; ed un lavoro del 1901, «*Intorno ai fondamenti della Geometria sulle superficie algebriche*», pubblicato ancora presso l'Accademia di Torino, nel quale la trattazione acquista una forma semplice e definitiva.

Questi studi costituiscono nel loro complesso una costruzione suggestiva ed armonica che è stata la base di altri importanti ricerche dello stesso Enriques, di Castelnuovo, Severi ed altri numerosi geometri del nostro secolo, italiani e stranieri.

L'Enriques ha studiato ampiamente i sistemi lineari di curve algebriche tracciati sopra una superficie, ed ha introdotto una operazione funzionale mediante la quale si passa da un sistema lineare al cosiddetto sistema aggiunto. Il residuo di un sistema lineare rispetto al suo aggiunto — che è il cosiddetto sistema canonico — non dipende dal sistema di partenza ed ha carattere invariante rispetto alle trasformazioni birazionali della superficie in un'altra.

Successivamente l'Enriques ha definito il sistema canonico in modo particolarmente semplice legandolo ai sistemi jacobiani dei sistemi lineari; quest'ordine di idee è stato ripreso da Severi, da Beniamino Segre, e più in generale da J. Todd i quali, con analisi sottile, hanno introdotto i sistemi canonici delle varie dimensioni sopra una varietà algebrica non singolare di dimensione superiore a 2.

Dall'esame del sistema canonico di una superficie Enriques ha ricavato in modo prettamente geometrico certi caratteri numerici — alcuni dei quali già noti — invarianti per trasformazioni birazionali: il genere geometrico p_g , il genere aritmetico p_a , il genere lineare, ed i plurigeneri. Era opinione diffusa

che i primi due generi dovessero coincidere salvo il caso delle rigate non razionali; gli studi dell'Enriques hanno messo in luce che le cose stanno diversamente e che gli invarianti essenziali di una superficie sono più numerosi. Insieme al Castelnuovo, l'Enriques ha risolto l'intricatissima questione delle curve eccezionali di una superficie, mostrando che il loro numero è infinito soltanto quando il processo d'aggiunzione si estingue dopo un numero finito di passi, il che equivale a dire che la superficie è razionale o riferibile a rigata.

Nel 1905 Enriques ha osservato che sopra una superficie irregolare i sistemi continui completi di curve algebriche (non contenuti in sistemi lineari di curve dello stesso ordine) hanno la serie caratteristica completa; tale proprietà lo ha poi indotto ad assegnare la dimensione dei suddetti sistemi continui in relazione all'irregolarità delle superficie. Un esame critico della questione eseguito da Severi nel 1921 mostrò che non era facile giustificare queste intuizioni per via geometrica diretta; tuttavia gli enunciati dell'Enriques sono veri, sia pure con qualche lieve restrizione, come hanno dimostrato Poincaré per via trascendente nel 1910, e Severi con certi brillanti risultati sulle curve emiregolari di una superficie, risultati che Kodaira e Spencer hanno esteso nel 1959 — con l'ausilio delle moderne teorie coomologiche — alle varietà algebriche di dimensione superiore.

Un altro contributo essenziale alla teoria generale delle superficie fu portato dall'Enriques nel 1924 e riguarda la caratterizzazione di una curva piana Φ che sia di diramazione per una funzione algebrica $z(x, y)$ di due variabili complesse. Indicato con G il gruppo di Poincaré della riemanniana del piano xy privata dei punti di Φ , il risultato topologico-funzionale dell'Enriques può essere enunciato dicendo che le sostituzioni sulle determinazioni della funzione $z(x, y)$ legate ai cammini generatori del gruppo G debbono a loro volta generare un gruppo transitivo ed essere compatibili con le relazioni generatrici di G .

Questo ordine di ricerche è stato ripreso da Zariski e da Chisini che hanno recato alla teoria contributi profondi ed originali.

Enriques si è anche occupato delle varietà algebriche di dimensione superiore a 2; al riguardo ci limitiamo a segnalare due celebri risultati.

Il primo è la scoperta delle varietà unirazionali; più precisamente il Nostro ha dimostrato che, considerata un'ipersuperficie algebrica $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ di dimensione maggiore di 2, e supposto che le coordinate omogenee di un suo punto siano esprimibili per mezzo di funzioni razionali non invertibili di certi parametri, non è possibile, in generale, ottenere una nuova risoluzione della $f = 0$ per mezzo di funzioni razionali invertibili, al contrario di quanto avevano mostrato Lüroth nel caso delle curve e Castelnuovo in quello, molto più complicato, delle superficie.

Il secondo risultato, ottenuto in collaborazione con Castelnuovo, permette di identificare il numero degli integrali semplici di prima specie linearmente indipendenti, attaccati ad una varietà algebrica non singolare di dimensione maggiore di 2, con l'irregolarità di superficie abbastanza generali appartenenti alla varietà stessa.

Come dicevamo pocanzi, il secondo gruppo di ricerche algebrico-geometriche dell'Enriques riguarda la classificazione delle superficie algebriche, problema che ha appassionato il Nostro fino agli ultimi anni.

Giova riferire quanto dice lo stesso Enriques nel suo volume postumo:

« Il lettore che abbia seguito gli sviluppi di questo trattato, se — come accade spesso fra i matematici — porta amore soprattutto alle verità generali, può averne ritratto l'impressione che l'autore abbia dato troppo posto ad esempi e casi particolari, lasciandosi in qualche modo guidare dal sentimento di curiosità del naturalista che raccoglie in un museo i più diversi tipi di animali, di piante e di minerali. Ma come

il museo riesce a dare un'idea della ricchezza di forme della vita e conduce quindi a problemi generali della biologia, anche la raccolta di esempi, in questo campo delle matematiche, assume un significato essenziale sotto l'aspetto euristico o storico-costruttivo della scienza.

Le determinazioni di particolari famiglie o classi di superficie, su cui ci siamo indugiati, non danno semplici esempi il cui significato si lasci superare nel processo induttivo della scienza; poiché esse si ravvicinano in una sintesi che riesce a ciò che può dirsi scopo principale di questa teoria algebrico-geometrica. A tale proposito conviene notare che la Geometria algebrica è in sostanza un'aritmetica superiore, dove il criterio stesso della generalità ha soltanto un significato relativo ».

La classificazione dell'Enriques riesce a distinguere quattro famiglie di superficie che hanno proprietà essenzialmente diverse e che si definiscono col valore del plurigenere P_{12} d'ordine 12 e del genere lineare assoluto $p(1)$.

- a) Le superficie razionali o riferibili a rigate ($P_{12} = 0$).
- b) Le superficie — prive di curve eccezionali — con curva canonica virtuale d'ordine zero ($P_{12} = 1$, $p(1) = 1$).
- c) Le superficie aventi curve canoniche o pluricanoniche composte colle curve ellittiche di un fascio di genere $p_g - p_a$ ($P_{12} > 1$, $p(1) = 1$).
- d) Le superficie che danno luogo a superficie canoniche o puricanoniche porgenti un modello le cui proprietà proiettive rispecchiano le proprietà invariantive della classe di superficie ($P_{12} > 1$, $p(1) > 1$).

Aggiungiamo che nel gruppo dei lavori dell'Enriques riguardanti i problemi di classificazione occorre segnalare la poderosa memoria sulle superficie iperellittiche scritta in collaborazione col Severi, alla quale nel 1907 fu conferito il premio Bordin dell'Accademia delle Scienze di Parigi.

Le indagini dell'Enriques sulla classificazione delle superficie non ebbero nell'immediato dopoguerra il seguito che meritavano; tuttavia il loro valore è stato ampiamente riconosciuto dalla scuola geometrica russa facente capo ad J. Šafarevič, che ha ritrovato con moderno rigore e trasportato al caso astratto i risultati del nostro Maestro.

Le ricerche sulle superficie algebriche di cui abbiamo fin qui parlato sono state raccolte dall'Enriques nel suo volume postumo, *Le superficie algebriche*, più volte citato (1); questo era stato preceduto da due volumi ciclostilati, redatti limpidamente da Luigi Canpedelli, e dal bellissimo libro sulle superficie razionali scritto da Fabio Conforto, nei quali venivano riuniti e rielaborati corsi di lezioni che Enriques aveva tenuto all'Università di Roma.

Nella produzione trattatistica dell'Enriques spicca la monumentale opera in quattro volumi, «*Lezioni sulla teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche*», scritta dal 1915 al 1934 in collaborazione con uno dei suoi primi allievi, Oscar Chisini. Quest'opera, che i due Autori chiamavano scherzosamente «il librone», contiene non solo una vasta rassegna della teoria delle curve algebriche da vari punti di vista, non escluso quello topologico-trascendente, ma anche numerose ricerche originali, fra le quali sono ormai classiche quelle relative ai punti singolari di una curva algebrica piana.

Lo strumento delle trasformazioni quadratiche usato dal Nöther nello studio di una singolarità, per quanto semplice ed appropriato, introduce qualcosa di estraneo allo studio in questione; per l'Enriques ciò che conferisce una effettiva esistenza ai punti infinitamente vicini, legittimando il passaggio al limite che è simboleggiato da questo concetto, è la proprietà che essi contano come i punti propri — secondo la loro molteplicità — nel computo delle intersezioni di due curve e parimenti

(1) Cfr. anche F. ENRIQUES, *Memorie scelte di Geometria*, Bologna, Zanichelli, vol. I-III (1956, 1959, 1966).

nel computo delle condizioni di passaggio per curve d'ordine abbastanza elevato.

Questa veduta ha guidato Enriques e Chisini a ricercare una definizione diretta dei punti infinitamente vicini, conducendoli ad un nuovo svolgimento della teoria delle singolarità delle curve, sia dal punto di vista algebrico-aritmetico che da quello del calcolo differenziale.

Il modo originalissimo con il quale è costruito il trattato sulle curve algebriche mette in evidenza — forse meglio delle opere di cui abbiamo discusso in precedenza — le idee dell'Enriques sulla comprensione storica della scienza.

«La rigida distinzione che si fa di consueto fra scienza e storia della scienza — dice l'Enriques — è fondata sul concetto di questa come erudizione letteraria; così intesa, la storia reca alla teoria un estrinseco complemento d'informazione cronologica e bibliografica. Ma assai diverso significato ha la comprensione storica del sapere che mira a scoprire nel possesso dell'acquisto, e si vale di quello per chiarire il cammino dell'idea, e concepisce questo come prolungantesi oltre ogni termine provvisoriamente raggiunto.

La storia viene guadagnata attraverso la scienza; anzi vogliamo dire che prima abbiamo ripensato — e talora svolto — la materia con piena libertà di spirito costruttivo, poi abbiamo cercato di comprenderla storicamente, rendendoci conto dell'origine delle idee ».

Giunti al termine di questo breve e purtroppo sommario discorso sull'opera geometrica dell'Enriques, che risulta ancora oggi un ricco campo da esplorare soprattutto dal punto di vista dinamico dell'Autore, ci piace chiudere la nostra rievocazione con le frasi commosse e dotate di un senso quasi religioso, che l'insigne Maestro ha posto a suggello del suo volume postumo.

«La ricchezza delle proprietà e la bellezza lungamente nascosta, che qui si palesano, non debbono costituire ragione

di vano orgoglio per la scuola geometrica italiana o per i matematici stranieri che hanno collaborato a scoprirle, ma piuttosto debbono suscitare un senso di reverenza per quell'ordine meraviglioso degli enti matematici, che il pensiero trova innanzi a sé e quasi raccoglie, al pari delle specie viventi, dalla Natura Madre; e così alimentare la fede dei giovani ricercatori che dietro alle difficoltà, alle eccezioni, alle apparenti incongruenze, c'è realmente in questo mondo di enti, una divina armonia, che gli sforzi concordi degli studiosi riusciranno sempre meglio a mettere in luce ».

Ricordo di Federigo Enriques nel centenario della nascita

Discorso del Socio nazionale residente FRANCESCO GIACOMO TRICOMI

Il collega ed amico Ermanno Marchionna vi ha delineato da par suo l'opera geometrica di Federigo Enriques, e ciò ha giustamente formato il fulcro della celebrazione odierna, perché l'Uomo che commemoriamo fu in primo luogo un illustre geometra, che molto contribuì a fare acquisire all'Italia una posizione di guida nella geometria del suo tempo. Tuttavia l'Enriques non fu solo un geometra e — nonostante gli accenni ad Enriques filosofo di cui ci ha gratificati il nostro illustre Presidente nel suo saluto — la commemorazione odierna riuscirebbe troppo incompleta se le altre facce di questa poliedrica figura restassero del tutto in ombra.

Mi permetto perciò di prendere anch'io la parola in questa occasione per non far mancare un almeno fugace cenno all'opera di storico della matematica del Nostro e alla sua azione pel miglioramento del livello dell'insegnamento matematico nelle nostre scuole secondarie. Inoltre ricorderò qualche aneddoto che potrà gettare qualche luce sull'interessante e, per certi versi, non comune personalità del Nostro; aneddoti risalenti, in parte, al periodo 1922-1924 in cui, quale assistente di Francesco Severi all'Università di Roma e segretario di quel Seminario matematico, ebbi qualche dimestichezza con l'Enriques che, nel 1922, appena giunto a Roma da Bologna, ne era divenuto direttore, risvegliandolo dal letargo in cui era dianzi caduto. Essi porranno soprattutto in luce la singolare capacità profetica dell'Enriques che già nei primi anni di questo secolo — in un momento cioè in cui quasi nessuno dubitava dell'in-

staurarsi di un'era di indefinito progresso materiale e intellettuale, sì che i giovani nati in quell'epoca furono detti, con inconscia ma tragica ironia, « la generazione felice » — seppe intravedere l'avvicinarsi di un'epoca di decadenza intellettuale che ora, unitamente alla bomba atomica, agli inquinamenti ambientali ed altre piacevolezze, minaccia di riportarci all'età della pietra, sia pure pietra lunare.

Sorvolerò invece sui dati biografici, nonostante abbia più volte espressa l'opinione che essi debbano costituire parte inderogabile di ogni necrologia e commemorazione, perché nel caso in ispecie essi si trovano in abbondanza nel fascicolo speciale (giugno 1947) del « Periodico di Matematiche » pubblicato nel primo anniversario della morte dell'Enriques, che contiene, fra l'altro, il testo della commemorazione tenuta ai Lincei nel gennaio 1947 dal cognato Guido Castelnuovo (1885-1952) e degli interessanti « Ricordi del babbo » della figlia Sig.ra Adriana Enriques De Benedetti, anche lei laureata in Matematica ⁽¹⁾. Precisamente mi limiterò a ricordare il fatto curioso che lo stesso giorno: il 5 gennaio 1871 in cui l'Enriques nasceva a Livorno, nasceva a Mantova un altro egregio geometra, pure lui israelita: il nostro ex-collega Gino Fano, scomparso nel 1952. Enriques morì invece in Roma il 14 giugno 1946, non molto tempo dopo essere stato reintegrato nella sua cattedra di Geometria superiore, da cui era stato stupidamente allontanato nel 1938, in applicazione delle cosiddette leggi razziali, che infersero alle Università italiane un primo colpo mortale di cui non si sono ancor'oggi completamente rimesse. E ora stanno arrivando altri nefandi colpi che completeranno l'opera di demolizione ...

Per non abusare della vostra pazienza dirò molto brevemente dell'azione dell'Enriques quale storico della matematica,

(1) Successivamente, nel decennale della morte, fu tenuta all'Università di Roma una commemorazione in cui parlarono, fra gli altri, Francesco Severi ed Eugenio G. Togliatti, V. all'uopo *Rendiconti del Seminario dell'Università di Roma* (5) 16, pp. 1-22 (1957).

in cui si fece principalmente paladino dell'opinione che tale storia, come quella delle Scienze in genere, non deve essere soltanto una, sia pur utile, collezione di dati bio-bibliografici. Essa deve servire invece anzitutto a dare un'elevata comprensione del pensiero scientifico *nel suo divenire*, ciò che è spesso indispensabile per afferrarne il vero spirito e il significato profondo. In connessione con ciò l'Enriques combatté la tendenza di certi « pedanti senza fantasia » (fra cui mi consta che annoverava il pur illustre Giuseppe Peano) che consideravano l'errore nella scienza come qual cosa di inescusabile di cui ci si debba soltanto vergognare. L'Enriques pensava invece che — a prescindere da sviste materiali, spesso facilmente rettificabili — l'errore scientifico può essere oltremodo istruttivo e che esso « è sulla via della verità l'aspetto negativo del precorrimiento di essa con l'intuizione ... che è l'attività creatrice della scienza ».

Non mi dilungherò nemmeno sull'opera dell'Enriques per innalzare il livello dell'insegnamento matematico nelle scuole secondarie, sebbene essa abbia avuto un'ampiezza e un'efficacia quali raramente si riscontrano nell'azione di un singolo Maestro. Essa si esplicò principalmente colla pubblicazione di una ben nota ed ancora apprezzata collana di testi per le varie scuole, redatta con la collaborazione di Ugo Amaldi (1875-1957) che fu un vero virtuoso dell'arte di scrivere trattati di matematica. Più ancora, giovò, forse, la quarta serie del surricordato « Periodico di Matematiche », da lui rinnovato e quasi risuscitato nel 1921, nell'assumere la presidenza della vecchia società *Mathesis*, facendone un giornale particolarmente rivolto alle questioni critico-didattiche che potevano maggiormente interessare gli insegnanti medi. E accanto a ciò, le sue « *Questioni riguardanti la geometria elementare* » del 1900 che, divenute « *Questioni riguardanti le matematiche elementari* » a partire dalla 2ª edizione del 1912, costituirono per molti decenni la Bibbia dei candidati all'insegnamento delle matematiche nelle scuole secondarie italiane. Si tratta invero di un'ampia opera in cui l'Enriques — con l'ausilio di una schiera di collaboratori non tutti eccelsi ma sapientemente e diplomaticamente di-

retti — tratta criticamente, in modo spesso esauriente, i punti delicati dell'insegnamento elementare della matematica (fondamenti della geometria, numeri reali, ecc.) fornendo con ciò un'ottima preparazione ai relativi concorsi.

Questo celebre libro richiama l'attenzione su di un non comune talento dell'Enriques: la sua abilità a lavorare e far lavorare gli altri in svariate opere collettive; riuscendo così, fra l'altro, a compensare una certa sua qual pigrizia nel leggere i libri e opuscoli altrui, probabilmente connessa con la sua aristocratica visione della scienza quale una specie di superiore *hobby* per spiriti eletti. Una visione quindi assai poco attuale, ma probabilmente più sana e socialmente più utile della moderna, « democratica » visione della scienza quale *job* cioè quale mestiere che, fra l'altro, è corresponsabile dell'immensa valanga di carta stampata che ora minaccia sommergerci, in buona parte originata dalle necessità di carriera di miriadi di « scienziati » dalle alucce troppo deboli per volare in alto.

Posso aggiungere per diretta conoscenza che questa abilità dell'Enriques nel trovare validi collaboratori anche per opere che, come le « *Questioni* » e i testi scolastici, gli apportarono non trascurabili guadagni pecuniari, gli attirò non poche invidie da parte di quelli che invece non vi riuscivano. Fra gli altri del Severi che un giorno mi chiese come mai, secondo me, l'Enriques riuscisse a trovare tanti collaboratori (compreso me stesso, quale segretario del Seminario) mentre a lui la cosa mal riusciva. Risposi che probabilmente ciò dipendeva dal fatto che, almeno in apparenza, l'Enriques ascoltava con la massima attenzione e deferenza le idee di qualsiasi suo, anche minimo collaboratore, mentre lui Severi (ma questo lo tenni per me) sembrava sprizzare da tutti i pori l'opposto concetto: « Io sono io e tu non sei che un cavolo! ».

Questo è però un aneddoto che riguarda solo indirettamente l'Enriques. Un altro che invece riguarda proprio lui, ma non sotto i suoi aspetti più simpatici, si riferisce ai primissimi tempi in cui assunse la direzione del Seminario di Roma, ma non voglio

tacerlo perché sto collaborando ad una commemorazione e non facendo dell'agiografia.

Correva il febbraio 1923 e all'ordine del giorno di una riunione del Seminario vi era una conferenza su « *Il tetraedroide e le funzioni ellittiche* » dell'ultra-settantenne Giulio Pittarelli (1852-1934) che insegnava ancora (allora il limite di età era a settantacinque anni) e in modo degno Geometria descrittiva all'Università di Roma. Tale conferenza, in cui si faceva vedere come la superficie in discorso (che è una generalizzazione della « superficie delle onde ») potesse elegantemente rappresentarsi parametricamente mediante funzioni ellittiche, non era certamente gran cosa ma era una cosa « pulita » e, probabilmente, alcuni decenni prima sarebbe stata addirittura considerata come un pregevole contributo alle applicazioni delle funzioni ellittiche allora molto di moda. Per di più il Pittarelli — che, era fra l'altro, un pregevole artista e aveva anche dipinto il bel ritratto di Luigi Cremona che si conserva (o si conservava) alla Scuola di ingegneria di Roma — non era per nulla un uomo da buttar via. Tuttavia, nella discussione che seguì, l'Enriques, con quel suo frequente sorriso mefistofelico, smantellò spietatamente il risultato ottenuto, facendo vedere come, dal punto di vista della Geometria algebrica, esso poteva facilmente prevedersi *a priori* fin nei suoi dettagli. Aveva indubbiamente ragione ma, oltre al povero Pittarelli, tutti i presenti restarono piuttosto male giudicando che la sia pur giusta critica, andava perlomeno fatta con maggiori riguardi.

La cosa mi è rimasta impressa perché mi mostrò come già allora, quasi mezzo secolo fa, la coesistenza fra i matematici delle successive generazioni non era sempre facile perché, pur essendo indubitabile che la matematica sia una scienza che non ha mai bisogno di rinnegare se stessa, può accadere che certi problemi che interessano ancora i vecchi, impallidiscano agli occhi dei più giovani. E oggi è molto peggio, perché ora imperversano anche nelle matematiche mode fuggevoli, alimentate dalla già accennata necessità in cui molti ricercatori si trovano

per ragioni di carriera, di pubblicare continuamente qualcosa di nuovo (*publish or perish*, dicono gli americani) anche quando siano interiormente convinti della sua scarsa o nulla utilità.

Questo è, nel campo della matematica, uno dei principali segni (e delle principali cause) di quella generale decadenza della cultura nel mondo odierno nonostante la conquista della Luna ed altri prodigi tecnici; decadenza che, come ho già accennato, l'Enriques presentì molto prima di tanti altri, messo sull'avviso dalla reazione antiscientifica imperante nella corrente cosiddetta *idealistica* della filosofia italiana del suo tempo.

Ricordo bene le circostanze sotto le quali ebbi per la prima volta conoscenza di questa radicata veduta dell'Enriques: Una sera, sarà stato nel 1923 o 1924, eravamo riuniti in parecchi nel suo accogliente alloggio romano di Via Sardegna, 50 (una casa costruita in cooperativa in cui abitavano allora anche il Levi-Civita e altri Professori) e si parlava di una notizia del giorno, secondo cui un ricco americano aveva fatto un cospicuo lascito per raccogliere, a vantaggio delle future generazioni, in un ampio contenitore da seppellirsi sotto terra, copie delle più significative opere dell'umanità e modellini di macchine e attrezzi vari della nostra epoca, cominciando (non poteva mancare!) dal rasoio di sicurezza.

Io ed altri esprimemmo l'opinione che la cosa dovesse considerarsi come un'«americanata» da non prendersi troppo sul serio ma, con un certo stupore, constatai, che Enriques era di tutt'altro avviso, non escludendo affatto che alla nostra epoca — che allora appariva così brillante e promettente — potesse rapidamente seguirne un'altra di oscurantismo, e ora mi accorgo, purtroppo, come non si sbagliasse di molto, tranne, forse, nella scala dei tempi.

Parecchi anni dopo, nel 1934, l'Enriques riprese lo stesso tema in una gradita visita che mi fece qui a Torino — ove o nelle cui vicinanze (Ivrea) vivevano allora due dei suoi tre figli — traendo lo spunto da un libro sulle funzioni ellittiche che stavo allora scrivendo e di cui gli mostrai gli schizzi di alcune figure. Precisamente, alla mia obiezione che la nostra

civiltà difficilmente avrebbe potuto seguire la sorte di quella assira, egiziana, ecc., spentesi nell'antichità, grazie alle centinaia di copie di ciascun libro esistenti nelle varie biblioteche; rispose che ciò voleva dire ben poco perché i libri sarebbero caduti presto in polvere quando fosse venuto meno l'interesse di consultarli. E aggiunse, forzando un po' le tinte, che iostesso, quando sarei stato vecchio, mi sarei ricordato che in gioventù mi ero occupato di certe cose che si chiamavano «funzioni ellittiche» ma che la faccenda mi avrebbe detto ben poco e ancor meno ai giovani del tempo. Or bene, non siamo ancora a questo, ma non ci manca poi tanto, almeno per quel che concerne la seconda parte della profezia!

Questi aneddoti possono dare un'idea di quanto fosse piacevole e istruttiva la conversazione con Enriques, tanto su soggetti matematici quanto di natura più generale. Ad esempio, fu giusto parlando con lui che, intorno al 1935 o al 1936, ebbi la più convincente dimostrazione dei limiti di Benito Mussolini e delle quasi incredibili lacune della sua cultura. Mi raccontò invero che, qualche tempo prima, trovandosi nell'America latina per un giro di conferenze, fu pregato dal Presidente di una di quelle Repubbliche, credo del Cile, di andarlo a vedere. Andatovi, Enriques sentì che il nostro Ministero degli Esteri faceva orecchio da mercante all'amichevole proposta di accogliere, a favorevoli condizioni, un buon numero di emigranti italiani, nonostante si sapesse che in quel momento, in Italia, non mancasse una certa disoccupazione, e fu pregato di interessarsi della faccenda dopo il suo ritorno a Roma. Effettivamente, per adempire all'incarico ricevuto, dopo rientrato in sede, Enriques chiese ed ottenne un'udienza da Mussolini, ma come si aspettava, senza alcun risultato. Il «Duce» ascoltò distratto quanto gli riferì liquidando in poche parole l'affare col dire che l'Italia fascista non aveva alcun interesse a diminuire il suo potenziale umano. Volle però approfittare del raro incontro con uno scienziato illustre per aggiornare un po' la sua cultura, uscendo in questa quasi inverosimile domanda: «Non è vero, professore, dopo Marconi la fisica non ha più fatto veri progressi».

« Io — disse Enriques — non tentai nemmeno di spiegargli che Marconi non era nemmeno un fisico perché capii che era inutile, ma tentai, non so con quanto successo, di fargli capire, che giusto in quel momento, anche per opera di Fermi e del suo gruppo, la fisica era entrata in una fase di rapidissimi progressi che promettevano inauditi svolgimenti ». Ma di tutto ciò, che avrebbe poi condotto alla bomba atomica e a tutto il resto, nel 1935 o 1936 che fosse, il Duce dell'Italia « imperiale » non aveva il minimo sospetto!

Per meglio valutare quest'aneddoto non è inutile tener presente che — almeno fino alle persecuzioni razziali del 1938 — il Nostro, a differenza di molti altri ebrei, non era per nulla un antifascista professo, ma anzi, pur non chiudendo gli occhi davanti agli errori e peggio del regime, tendeva a scusarli, propendendo per idee cosiddette di destra. Più propriamente si potrebbe dire che, delle faccende politiche in genere ed italiane in particolare, aveva una visione scettico-pragmatista che, ad esempio, lo portava a giudicare positivamente un uomo politico avente fama di efficienza e competenza, ancorché esistessero seri dubbi sulla sua completa onestà o un industriale che, per favorire la sua industria, riuscisse a strappare un dazio protettivo che pur sapeva nocivo per la collettività.

A conclusione di questi miei ricordi, che volevano essere brevi ma sono, forse, divenuti un po' troppo lunghi, voglio riportare quanto mi scrisse Guido Castelnuovo poco dopo la morte del Nostro:

« Certo la perdita è stata molto grave per la famiglia, gli amici, i discepoli e per tutti gli uomini colti. Esaminando oggi l'opera di Lui, si vede quanto sia stata vasta in tutti i campi e quanto grande sia stata la sua influenza sulla cultura contemporanea ».

E oggi, a un secolo dalla nascita e un venticinquennio dalla morte, non si può che confermare questo autorevole giudizio.

Parole di chiusura del Presidente dell'Accademia delle Scienze di Torino

PROF. AUGUSTO GUZZO

Di Federigo Enriques, matematico-filosofo e, come tale, Presidente della Società Filosofica Italiana in un momento importante, desidero toccare nelle parole con cui vorrei mi fosse consentito di chiudere questa nostra giornata enriquesiana, prima delle grandi onoranze lincèe del prossimo ottobre.

Io fui professore alla Facoltà di Lettere e alla Scuola Normale Superiore di Pisa dal 1932 al 1934, ma seguivo la situazione pisana fin dal primo decennio del secolo, attraverso la corrispondenza del mio maestro Sebastiano Maturi con Donato Jaja, professore di filosofia teoretica a Pisa, e attraverso la simpatia di Benedetto Croce per la Normale e il legame di Giovanni Gentile col suo maestro pisano, di cui voleva essere continuatore come fu poi successore nel 1915. Jaja conosceva i grandi filosofi positivisti e li discuteva, ma difendeva la bandiera — c'era quel tono risorgimentale in lui e nei suoi scolari — dell'idealismo nella cittadella pisana, assediata da ogni parte dalla scienza e dallo scientismo positivistico. La fedeltà di Donato Jaja all'idealismo si univa a un candore e, se si vuole, a un'ingenuità proverbiali. Questo isolava la scuola di filosofia della Facoltà di Lettere dalle tendenze dominanti dappertutto, e con un particolare carattere nelle altre Facoltà dell'Università pisana, dove la severità del rigore scientifico impegnava professori ed allievi a un lavoro seriamente « positivo » che i giovani studenti di scienze matematiche e fisiche aperti a interessi filosofici intendevano senz'altro come positivismo e, anzitutto, come antidealismo, in polemica con l'insegnamento contro-

corrente della scuola di filosofia teoretica. « La rigidezza dei maestri, che erano in quell'epoca tra i più grandi matematici d'Italia » — scrive Luigi Campedelli, nel fascicolo già citato del « Periodo di matematiche » del 1947 — concepiva « come un'infedeltà verso la scienza ogni *flirt* con la filosofia » di quei giovani in cui lo stesso esercizio della scienza svegliava l'interesse per la questione « filosofica » del valore della scienza e del suo ufficio di richiamare a rigore scientifico anche le altre attività spirituali, tra cui anzitutto la filosofia.

Si parla generalmente di ispirazione positivistica dell'Enriques giovane: si può precisare che, rifiutata come arbitraria ogni metafisica, sì spiritualistica che materialistica, egli si teneva sul terreno della teoria della conoscenza, giudicando — come poi scrisse nel 1913 in una recensione a Settimio Piperno al quale rimproverava un « salto dalla teoria della conoscenza all'idealismo metafisico » — che « l'analisi gnoseologica può servire di base soltanto ad un positivismo critico, di fronte a cui qualsiasi ipotesi ontologica appare necessariamente priva di senso ».

Il « positivismo critico » fu la posizione di molti filosofi di quella che diventò l'« opposizione antidealistica » quando l'idealismo si diffuse fino ad essere la filosofia dominante fra il secondo e il terzo decennio del nostro secolo. Croce assaliva, dai fascicoli bimestrali della « Critica », chi seguisse indirizzo diverso. Gentile — allora collaboratore stabile di Croce — aveva recensito non favorevolmente un libro dell'Enriques. Il neoidealismo italiano dichiarava di rifarsi da Hegel, e di Hegel Benedetto Croce aveva tradotto l'*Enciclopedia delle scienze filosofiche in compendio*. L'Enriques la lesse e reagì alla lettura con un articolo nella « Rivista di filosofia » del 1910 dal titolo *La metafisica di Hegel considerata da un punto di vista scientifico*. L'Enriques scienziato era offeso dagli arbitri della « filosofia della natura » di Hegel con le infelici polemiche contro Keplero e Newton. A suo parere, ciò denotava in Hegel una « deficienza delle funzioni inibitive dell'intelletto », intendendo per « intelletto » proprio ciò che Hegel chiamava con tal nome, cioè

il potere delle astrazioni e delle determinazioni intellettive di cui è fatta la scienza. Senza il freno dell'«intelletto», Hegel si abbandonava — secondo l'Enriques — a «uno sfrenato desiderio di unità», «illudendosi» — dice sempre l'Enriques — di «esprimere un grado infinito di conoscenza» col superare le «contraddizioni del processo scientifico» in un «sapere speculativo» fidente in una «dialettica subiettiva» temeraria nel «convertire il dubbio della gnoseologia critica nella fede dell'idealismo assoluto».

Questo articolo dispiacque molto a Benedetto Croce, il quale accettò, sì, di presiedere la sezione di Estetica del Congresso internazionale di Filosofia del 1911, organizzato e presieduto dall'Enriques a Bologna in occasione del cinquantesimo dell'unità italiana, e anche «inaugurò con poche parole la Sezione di Estetica da lui presieduta, ma del resto prese poca parte alle discussioni, quantunque espressamente invitato dalla presidenza a parlare in una seduta generale, sulla questione del valore proposta dal Durkeim» (come scrisse lo stesso Enriques nel resoconto su *La filosofia italiana al Congresso di Bologna*, in «Rivista di filosofia», anno III, 1911, p. 365 sgg.). In realtà, Benedetto Croce apprezzò quel Congresso, e sempre tenne nel suo studio la fotografia dove egli appariva accanto — e quindi al livello — di Emile Boutroux e Henri Bergson, allora i maggiori filosofi del tempo. Ma il malumore di Croce contro la filosofia «infantile» — come disse — del matematico-filosofo Enriques, che aveva giudicato «assurdità» e «insensatezze» gli «sviluppi particolari» della filosofia hegeliana, trovò espressione in un articolo della «Critica» del 20 settembre dello stesso 1911. L'Enriques contrattacò nella «Rivista di filosofia» dicendo *Mettiamo le cose a posto*, chiarendo in che senso aveva attribuito a Hegel «grande fantasia» ma «povero intelletto», nel significato tecnico in cui Hegel chiama «intelletto» l'attività mentale che costruisce la scienza, aggiungendo che «a Croce per assomigliare a Hegel mancano soltanto il genio e la pazzia». Su questa via l'Enriques proseguì domandandosi nella «Rassegna contemporanea» di quell'anno 1911

Esiste un sistema filosofico di Benedetto Croce? Egli giudicava che «i neoidealisti di moda s'immaginassero di filosofare discorrendo di oziose questioni classificatorie sui momenti o gradi dello spirito assoluto», mentre evitavano di porre «esplicitamente il problema dell'idealismo sottomettendo ad analisi approfondita l'ipotesi metafisica dell'identità dell'essere col pensiero» (come faceva, a suo parere, il Piperno).

Non seguiremo il Croce e l'Enriques in quella polemica. E s'intende che, a misura che il neoidealismo italiano cominciò a prevalere su gli altri indirizzi filosofici in Italia, si diffuse l'opinione che l'Enriques fosse grande matematico ma minor filosofo. Nel 1921 l'Enriques attirò l'universale attenzione del pubblico colto italiano quando, a capo di un «Comitato universitario per la divulgazione delle nuove dottrine scientifiche», invitò Einstein a Bologna a tener conferenze, a cui fece precedere alcune «Parole di presentazione», poi ripubblicate col titolo *Einstein e l'interpretazione subiettiva della scienza*. Si può forse dire che questa era l'interpretazione della scienza einsteiniana data dall'Enriques, il quale rendeva omaggio alla fama «annunziatrice di gloria» del grande scienziato, ma riduceva l'«effetto più notevole» della relatività einsteiniana alla correzione piccolissima per cui essa spiega «lo spostamento del perielio di Mercurio, che sale, in un secolo, a 43 secondi», onde «il punto in cui il pianeta Mercurio si trova più vicino al sole, sarà visto da un osservatore un po' spostato rispetto alla previsione fornita dalla teoria di Newton». Ciò non significava «la morte della teoria di Newton, anzi la conquista di una verità più vera, di fronte a cui la precedente figurerà sempre come un grado di approssimazione», secondo il «concetto storico della scienza accolto ormai dalla mente contemporanea, e specie dai pensatori matematici».

L'Enriques rimaneva forse perplesso davanti alla critica einsteiniana dei «comuni concetti dello spazio, del tempo e del movimento. Ai filosofi kantiani che, in nome della ragione, domandano di accogliere taluni giudizi a priori, perché sia possibile la scienza, il Nostro risponde che la ragione non ha

limiti necessariamente segnati, che non offre ai dati sperimentali un ordine prestabilito, ma che trova in sé il potere di allargare i quadri in cui si compone l'esperienza familiare delle cose vicine, adattandosi ad un'esperienza più estesa ». Il commento dell'Enriques è: « Certo vi è qualcosa di sorprendente e quasi di pauroso in questo progresso del pensiero che supera i limiti della propria intuizione e foggia a se stesso più alte forme intuitive. Quante volte la vertigine del volo sembra travolgerci nell'abisso dell'assurdo! ».

In realtà, l'Enriques teneva molto a quello che chiamava il « postulato della ragione » che, assicurando la « possibilità della reciproca intelligenza, implica l'identità della ragione umana », che, a sua volta, è il « presupposto fondamentale di ogni scienza incomunicabile ». Se c'era qualche cosa di cauto in questo modo d'intendere la ragione (e il dovere di restarle fedeli), c'era cautela anche nel modo d'intendere la « costruzione della realtà » proposto nel discorso *Il problema della realtà*, col quale massimamente l'Enriques si presentò come filosofo al Congresso internazionale di filosofia da lui organizzato e diretto nel 1911 a Bologna. « Dalla lotta delle idee » — egli disse — « s'innalza una gran voce umana, che disvela nella costruzione della realtà un carattere universale dello spirito e un'interna aspirazione dei cuori ». E, nonostante il favore per la formula dell'agnosticismo, egli si disse indotto « a ravvivare l'unità dello spirito scientifico e dello spirito religioso nell'attività costruttiva della scienza e della religione ... per ambedue le forme la rappresentazione della realtà si risolve in ultima analisi nel fissare qualcosa d'invariante nel flusso delle cose sensibili ... [E] gli oggetti che hanno un valore o un disvalore durevole sono i primi invarianti che lo spirito umano riconosce nella realtà circostante, e coi quali foggia l'immagine della realtà ».

Per questo attaccamento — tipico nell'Enriques — agli « invarianti », egli vedeva il progresso einsteiniano — per ritornare ad esso — nel foggiare « più alte forme intuitive » come la « logica conseguenza di una critica che — nella ricerca

di armonizzare dati apparentemente contraddittorii — tien fermo ai principi e se ne vale come di chiave per analizzare il significato dei concetti». Ma, quali che fossero, a giudizio dell'Enriques, le invarianze nel variare delle idee e delle teorie, l'attenzione sempre maggiore alla storia delle scienze da parte di colui che fondò in Roma l'Istituto nazionale per la storia delle scienze spostò, esplicitamente o implicitamente, la prospettiva in cui le scienze dovettero essere viste. Vedere le scienze nel loro divenire significa guardarle sempre nell'uomo loro autore: questo è umanesimo. Né ciò rischia di fare della ricerca scientifica un fatto psicologico umano (a questo aspetto della questione l'Enriques fu a lungo molto attento, ma niente ci obbliga a un'interpretazione della scienza come fatto psicologico proprio nel tempo in cui si rivendicò, nel primo trentennio del nostro secolo, la pura «logicità» della scienza contro la tendenza a psicologizzarla): non perdere mai di vista l'uomo che fa scienza quando si studia la scienza da lui elaborata significa registrare lo sforzo, riuscito, d'astrazione col quale l'uomo, prescindendo dai propri moti soggettivi, fa essere una scienza come organismo logico sibi-sufficiente, cioè iscrive codeste «purezze» logiche nella storia del suo cercare. Così le scienze serbano carattere e valore di oggettività, sporgendo dal subiettivo cercare in cui pur maturano: e ciò guadagna le scienze, con la loro inalterata dignità, all'umanesimo, fuori del duplice pericolo che, da una parte, le scienze disumanizzino l'uomo inducendolo a dimenticare che fu umana pur la loro nascita di scienze «oggettive», e, dall'altra parte, che l'umanesimo dimentichi come il subiettivo cercare trascenda se medesimo nelle «oggettività» a cui mette capo, siano esse «scienze» o altre forme oggettive a cui il subiettivo cercare riesce.

Questo fu riconosciuto — se pure non in questi termini — dall'Enriques in un suo scritto che forse è più importante di quanto il suo carattere occasionale possa far pensare. L'Enriques — com'è noto — ebbe sempre l'occhio all'ordinamento e alla didattica delle varie scuole della sua patria italiana, da lui così nobilmente amata (e questo contenuto pedagogico

dell'opera di Federigo Enriques sarà particolarmente studiato nelle riunioni bolognesi del prossimo ottobre). D'altra parte, la freddezza nata da quella recensione non favorevole del Gentile a un libro dell'Enriques, come indusse il Gentile stesso a non comparire in quel Congresso bolognese dell'11 nel quale era pur prevista e annunciata la sua presenza e collaborazione, così fece pensare lungamente a un'antitesi Gentile-Enriques, che, in realtà, riguardava le dottrine più che non gli uomini, tra i quali i rapporti erano, oltre che corretti, forse quasi amichevoli, come si vede dalla folta collaborazione dell'Enriques all'*Enciclopedia Italiana* e dal tono dello scritto col quale l'Enriques propose, nel '27, alcuni « semplici ritocchi » alla Riforma Gentile della scuola.

Si sa quante critiche mossero gli scienziati alla Riforma Gentile: ripetute per quarantotto anni, quelle critiche sono diventate un coro di esecrazioni. Ma l'Enriques vedeva il male, ma anche il bene. Osservava che la mentalità matematica è diversa da quella dei fisici, che il peso dell'insegnamento in otto classi era molto gravoso per i professori di matematica e di fisica nei ginnasi-licei, che conveniva evitare le « strette di piccoli ostacoli economici » accrescendo il numero delle cattedre e quello delle ore di insegnamento delle discipline scientifiche, ma non intendeva « infirmare in alcun modo i principi » della Riforma Gentile, di cui lodava la preoccupazione di « formare » piuttosto che di « informare »: gli insegnamenti scientifici, rinforzati, si sarebbero equilibrati con gli altri insegnamenti all'interno di quell'« umanesimo » in cui è il loro vero posto.

A questa formula son pervenuto anch'io, per la medesima via per la quale vi era giunto l'Enriques con la sua autorità di scienziato: la via, cioè, della storia delle scienze. E come egli, nell'11, fu lieto che in quel Congresso di filosofia la scienza italiana fosse presente con matematici quali Giuseppe Peano, Vito Volterra e Guido Castelnuovo, così io, quando fui a mio volta presidente, dal '65 al '67, della Società Filosofica Italiana e dovetti anch'io organizzare un congresso, volli che il rapporto tra filosofia, scienza e tecnica fosse al centro dei dibattiti su

L'Uomo e la macchina, e che matematici come Beniamino Segre, fisici come Gilberto Bernardini e l'indimenticabile Giovanni Polvani, storico della scienza perché umanista e umanista perché storico della scienza, avessero parti di primo piano nelle «giornate» del Congresso pisano dell'aprile 1967. Un umanesimo privato degli sforzi per la ricerca scientifica sarebbe tanto mutilo quanto se si strappassero da esso il lavoro di tutte le arti, gli ideali e le costruzioni politiche, o l'elaborazione di forme di moralità sì individuale che sociale.

Per questo convincimento sono stato lieto di essere accanto all'insigne mio collega ed amico Francesco Tricomi, vicepresidente della nostra Accademia, nella presente «giornata» enriquesiana, e ho chiesto a tutti gli ex-presidenti della Società filosofica italiana — Felice Battaglia, Franco Lombardi e, dopo di me, Guido Calogero e Marino Gentile — e al presidente in carica, Mario Dal Pra, di recare il loro tributo d'omaggio alla figura di colui che presiedette la Società filosofica italiana portandola a contatto, confronto e cimento con la filosofia mondiale nell'ultima età felice d'Europa, prima che la nebbia sanguinosa delle guerre avvelenasse quella fiduciosa collaborazione del pensiero di tutte le nazioni del mondo. Felice Battaglia ha scritto così:

« Illustre Presidente,

ricevo nella mia qualità di ex-presidente della Società Filosofica Italiana il Suo gentile invito alla manifestazione in memoria dell'insigne professor Federico Enriques nel primo centenario della nascita. Impedito a partecipare alla manifestazione per inderogabili impegni accademici, desidero essere considerato spiritualmente presente e in particolare porgere, a Suo mezzo, l'adesione di questo Istituto di Filosofia dell'Università di Bologna.

L'Università di Bologna non è immemore di aver annoverato tra i suoi più illustri e venerati maestri dal 1896 al 1922 Federico Enriques, il quale ha legato il suo nome non solo alle discipline matematiche, quant'anche alla filosofia delle scienze, in una impostazione nuova ed originale. Perciò è assai grata a Lei e ai professori

Marchionna e Tricomi che si accingono a ricordarne la nobile figura e l'importante opera speculativa.

Accolga, illustre Presidente, con i più vivi ringraziamenti i miei più distinti saluti ».

Colui che successe a Felice Battaglia nella presidenza della Società Filosofica Italiana, Franco Lombardi, Preside della Facoltà di Lettere e Filosofia dell'Università di Roma, ha così telegrafato:

« A nome mio e di questa Facoltà aderisco alla nobile doverosa iniziativa anche per la Società Filosofica Italiana che ebbi l'onore di presiedere, plaudendo alla commemorazione di Federigo Enriques assertore ed antesignano di correnti di pensiero riprese con la restaurata libertà ».

Alla presidenza Lombardi successe la presidenza mia; alla mia quella di Guido Calogero il quale, in una lunga lettera, ha ricordato un suo incontro con Federigo Enriques alla Società per il Progresso delle Scienze, presente Giovanni Gentile. Si discuteva del modo di intendere e interpretare gli scrittori della antica Grecia. L'Enriques — « da quel gran signore che era » — concluse che probabilmente aveva più ragione Calogero, allora molto giovane. Riconosciuta la grandezza, da tutti ammirata, dell'Enriques matematico, Guido Calogero plaude e aderisce all'iniziativa dell'Accademia delle Scienze di Torino.

L'altro ex Presidente della Società Filosofica Italiana, Marino Gentile, ha scritto:

« Illustre Presidente,

Grato del cortese invito, aderisco alla commemorazione di Federigo Enriques nel primo centenario della nascita e prego essere ricordato anche agli altri due oratori.

Con cordiali saluti,

MARINO GENTILE ».

Il Presidente in carica Mario Dal Pra ha inviato una lettera che dice:

« Illustre signor Presidente,

Le sono molto grato dell'invito rivoltomi a partecipare alla solenne commemorazione che l'Accademia delle Scienze di Torino

terrà del socio Federico Enriques, nel primo centenario della nascita. Se impegni non rinviabili di esami e di tesi mi impediscono di esser presente materialmente alla cerimonia, non posso tuttavia che adere pienamente al Suo proposito di ricordare Federico Enriques anche nella sua qualità di Presidente della Società filosofica italiana. Ciò servirà anzitutto a richiamare l'importanza della riflessione di Enriques anche nel campo filosofico, oltre che in quello matematico; oggi emerge ormai con tutta evidenza il significato storico dello sforzo compiuto da Enriques di collegare, pur nella distinzione dei compiti, la riflessione scientifica e quella filosofica. Come non ricordare poi che la Società filosofica italiana sorse a Bologna nel 1905, cioè negli anni in cui Enriques vi teneva la cattedra di geometria descrittiva e proiettiva e che egli partecipò attivamente non solo all'organizzazione degli studi filosofici in Italia, ma anche a quella dei congressi internazionali di filosofia, in particolare al IV che ebbe luogo, ancora a Bologna, nel 1911? Erano gli anni in cui non solo Enriques, ma anche Peano furono membri del consiglio della Società, gli anni in cui le energie degli studiosi di filosofia dei vari paesi, da Lalande a Windelband al nostro Vailati, erano impegnati nell'elaborazione di precise strutture linguistiche e concettuali per la riflessione filosofica, quelle strutture a cui appunto Lalande si accingeva a dare forma esterna attraverso il noto Dizionario. Le sarò particolarmente grato, Signor Presidente, se vorrà inviarci per la pubblicazione nel Bollettino della Società filosofica le parole che Lei e gli altri colleghi dell'illustre Accademia di Torino pronunzieranno, in questa occasione, per ricordare anche la dottrina filosofica di Enriques. A rappresentare più da vicino, nella cerimonia odierna, l'attuale comitato direttivo della Società filosofica italiana, potrà essere il collega vice-presidente prof. Luigi Pareyson. Ancora La ringrazio e porgo agli insigni membri dell'Accademia ed a Lei in particolare i sensi della mia più devota considerazione ».

Il Vice Presidente della Società Filosofica Italiana, Luigi Pareyson, si è detto particolarmente lieto di portare l'adesione della Società Filosofica Italiana alla iniziativa della Accademia delle Scienze di Torino in onore di Federico Enriques, che della Società Filosofica Italiana fu uno dei Presidenti più illustri.

* * *

Il Presidente dell'Accademia delle Scienze di Torino, Augusto Guzzo, legge infine il telegramma del Presidente dell'Accademia dei Lincei Beniamino Segre:

« Dolente di non poter intervenire at solenne commemorazione Federigo Enriques indetta codesta onorevole Accademia prego scusare forzata assenza et accogliere sentimenti fervida adesione Lincei tutti et miei personali stop cordialmente Presidente Accademia Lincei Beniamino Segre »;

la lettera dell'ambasciatore Enrico Cerulli, Presidente della Classe di Scienze morali dell'Accademia Nazionale dei Lincei:

« Illustre e caro Presidente,

ho ricevuto la Sua lettera del 5 c. m., con la quale Ella ha voluto cortesemente invitarmi alla seduta a Classi riunite di codesto Sodalizio, del 28 c. m., indetta al fine di ricordare l'opera di Federigo Enriques.

La ringrazio sentitamente e auguro sin d'ora il miglior successo alla manifestazione, ma debbo purtroppo aggiungere che mi sarà impossibile, a causa di precedenti inderogabili impegni, esser a Torino in tale giorno. Partirò infatti da Roma il 25 giugno per Bruxelles ove dovrò restare alcuni giorni.

Me ne duole assai e La prego di scusare la mia forzata assenza anche presso l'illustre oratore, Prof. Tricomi.

Con molti cordiali saluti »;

la lettera in cui il Magnifico Rettore dell'Università di Torino si scusa di non poter intervenire alle onoranze enriquesiane, alle quali plaude; e il telegramma dell'Assessore alla Pubblica Istruzione della Provincia di Torino Rolando Picchioni:

« Ringrazio sentitamente invito stop impossibilitato presenziare improrogabili precedenti impegni invio vivissimi auguri iniziativa. ROLANDO PICCHIONI Assessore Istruzione Provincia Torino ».

Ringraziati tutti i presenti d'aver accolto l'invito dell'Accademia delle Scienze di Torino, il Presidente Augusto Guzzo toglie la seduta alle ore 19,15.

L.S.
6/100